

# **TRABAJO FIN DE MÁSTER**

## **FABRICACIÓN PARAMÉTRICA DE ENGRANAJES HIPOIDES**



**AUTOR: NICOLÁS VALDIVIELSO GRACIA**

**DIRECTOR: JOSE LUIS HUERTAS TALÓN**

**MÁSTER: SISTEMAS MECÁNICOS**

**PROGRAMA DE POSGRADO: INGENIERÍA TÉCNICA MECÁNICA**

**CURSO ACADÉMICO: 2010 / 11**

**FECHA: 21 / 11 / 11**

## INDICE:

1.INTRODUCCIÓN .....	3
2.APLICACIONES .....	4
3.DISEÑO.....	8
3.1 Selección del tipo de engranaje.....	12
3.2 Tamaño estimado del engranaje.....	12
3.3 Número de dientes .....	15
3.4 Anchura de la cara .....	16
3.5 Paso diametral.....	16
3.6 Desplazamiento de ejes .....	16
3.7 Ángulo de espiral .....	17
3.8 Ángulo de presión.....	18
3.9 Diámetro de fresa .....	18
3.10 Ecuación de la trayectoria del diente .....	18
3.11 Ecuación de la evolvente.....	19
4.MATERIALES Y TRATAMIENTOS TÉRMICOS .....	21
5.MÉTODOS DE FABRICACIÓN .....	22
6.CONCLUSIONES .....	25
7.BIBLIOGRAFÍA .....	26

## 1-INTRODUCCIÓN:

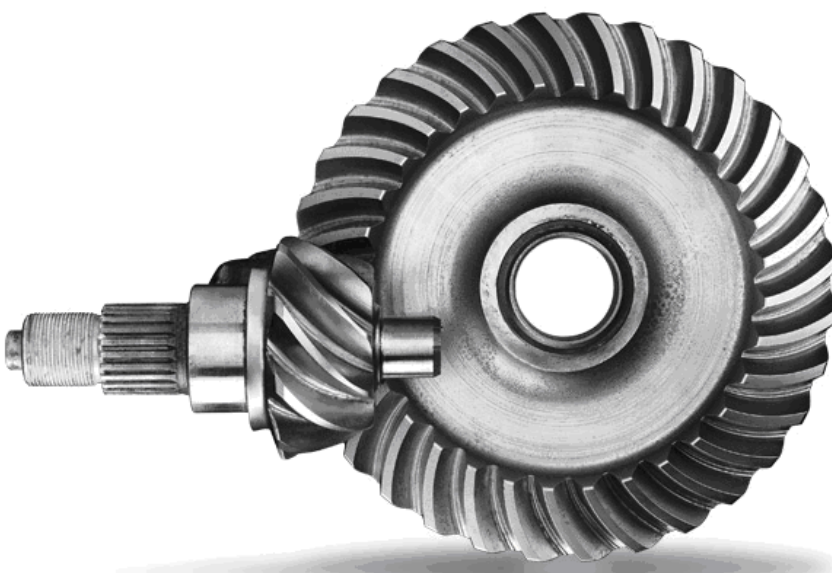
Los engranajes son importantes y precisos mecanismos usados para transmitir potencia entre ejes de una máquina. Una de las aplicaciones más importantes de los engranajes es la transmisión del movimiento desde el eje de una fuente de energía, como puede ser un motor de combustión interna o un motor eléctrico, hasta otro eje situado a cierta distancia y que ha de realizar un trabajo.

Los engranajes hipoides son engranajes cónicos (teóricamente su forma es una hiperboloide de revolución, pero por facilidad constructiva se le da una forma cónica) en los que los ejes de la rueda y el piñón son perpendiculares pero no están en un mismo plano, es decir, sus ejes se cruzan. Suelen estar formados por un piñón reductor de pocos dientes y una rueda de muchos dientes.

Se instalan principalmente en los vehículos industriales que tienen la tracción en los ejes traseros. Tiene la ventaja de ser muy adecuado para las carrocerías de tipo bajo, ganando así mucha estabilidad el vehículo.

La fabricación de este tipo de engranajes cónicos es compleja, para ello se usan las fresadoras especiales Gleason, llamadas así ya que fue en 1874, William Gleason quien inventó la primera talladora de engranajes cónicos. Estos equipos de fabricación de engranajes cónicos, son muy costosos y requieren de una parametrización de herramienta muy complicada. En el siguiente proyecto, se va a presentar un nuevo método de fabricación de engranajes cónicos hipoides, mediante un fresado por bailarina, atendiendo a los principales aspectos de diseño del engranaje y usando la parametrización adecuada para que la herramienta sea capaz de generar el engranaje.

Veremos que para determinadas series de producción, y en determinados aspectos, es mucho más conveniente un método productivo u otro.



*Fig 1.1 Engranaje hipoide [19].*

## 2-APLICACIONES:

La principal aplicación de los engranajes hipoides está en la industria de la automoción, para transmitir rotación entre ejes que se cruzan.

Los engranajes hipoides son muy útiles en realizar la transmisión con el tren trasero en vehículos y maquinaria industrial que poseen tracción trasera y necesitan conectar el árbol de la transmisión con las ruedas.

Dependiendo de la ubicación del grupo motopropulsor en el vehículo, los sistemas de transmisión del movimiento a las ruedas son diferentes. Encontrándonos con dos grupos:

- Los vehículos con motor y tracción delanteros, o con motor y propulsión traseros, en donde el secundario de la caja de velocidades termina en un piñón cónico, que da movimiento a una corona, que a su vez lo transmite directamente a las ruedas por medio de sendos ejes de transmisión, emplazados transversalmente en el vehículo.

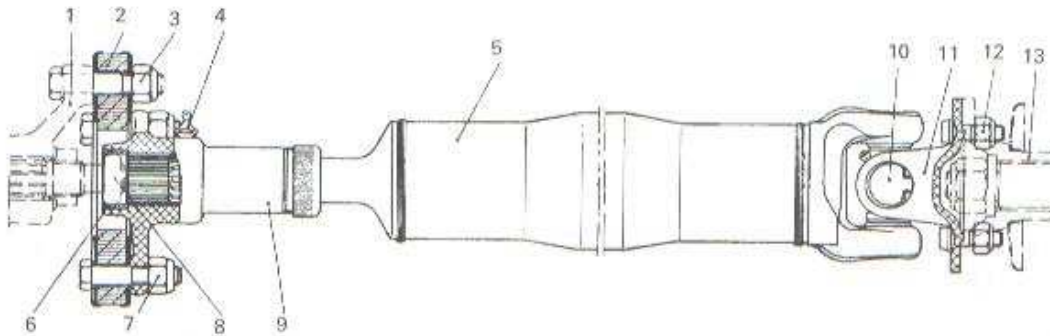
- Los vehículos con motor delantero y propulsión trasera. El movimiento se transmite desde la caja de velocidades al par cónico de reducción (emplazado en el puente trasero) por mediación de un eje hueco llamado árbol de transmisión, que esta emplazado en sentido longitudinal al vehículo. Este sistema de transmisión esta constituido por: una caja de velocidades, árbol de transmisión y puente trasero. El movimiento procedente de la caja de velocidades es cambiado de sentido en 90° y es reducido al mismo tiempo en el par cónico emplazado en el puente trasero. En su extremo posterior, el árbol de transmisión termina en la junta cardan que transmite el movimiento al eje de entrada del puente trasero. De este último lo toman las ruedas por medio de palieres que pasan por el interior de los tubos.

Esta última disposición es la considerada como convencional y fue muy utilizada hasta hace unos años, en que fue sustituida casi por completo en los vehículos de turismo, por un sistema de tracción delantera.

Debido al movimiento vertical del puente trasero, el cual altera constantemente la longitud del árbol de transmisión, se hace necesaria la posibilidad de aumentar o disminuir esta longitud, adaptándola a la requerida en cada caso en función de los movimientos del puente trasero. Esto se consigue con un acoplamiento deslizante, que se coloca del lado de la salida de la caja de velocidades, como se muestra en (3) y en (9) de la figura. En el caso de árbol partido, se dispone además de un cojinete (10) en el extremo posterior del árbol intermedio.

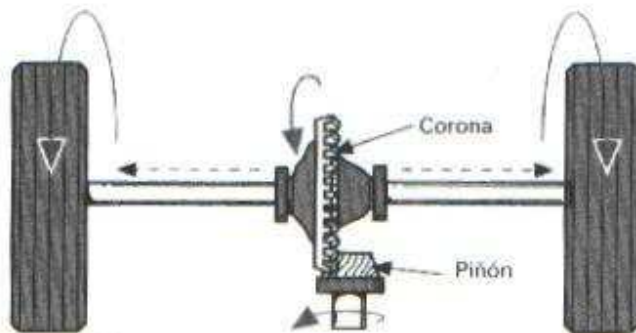
La siguiente figura muestra un árbol de transmisión cuyo acoplamiento deslizante (9) permite las variaciones de longitud. Este dispositivo esta formado por un manguito estriado interiormente con el que ensambla la punta estriada del árbol de transmisión (5). El manguito (9) se une en este caso al eje (1) de salida de la caja

de cambios por medio de la junta elástica (2), fijada en (3) y en (7) al eje de salida y al manguito deslizante, respectivamente. En su extremo posterior, el árbol de transmisión termina en la junta cardan (10) que transmite el movimiento al eje de entrada (13) del puente trasero.

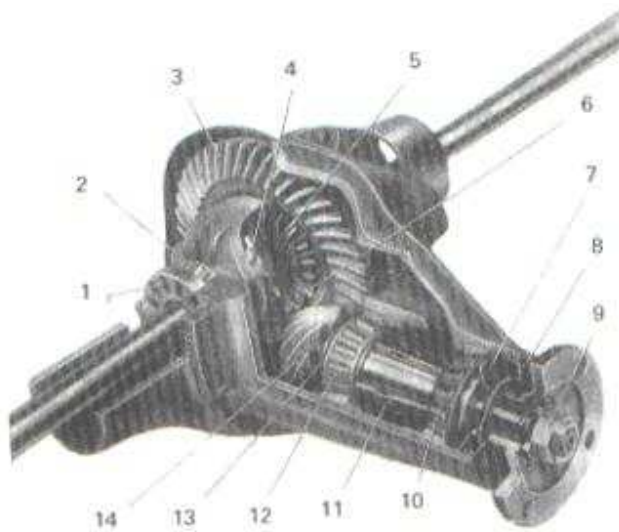


*Fig.2.1. Árbol de transmisión [18]*

El giro del motor, que llega al puente trasero por medio del árbol de transmisión, tiene que aplicarse a las ruedas que están situadas en un eje perpendicular al del árbol de transmisión, por lo que ha de cambiarse el giro en un ángulo de  $90^\circ$ , lo cual se consigue por medio del par cónico formado por el piñón cónico y la corona. El piñón cónico o piñón de ataque recibe el movimiento del árbol de transmisión y lo comunica a la corona, que por mediación del mecanismo diferencial, lo pasa a los palieres y a las ruedas.



*Fig 2.2 Estructura del puente trasero [18].*



*Fig 2.3 Disposición del montaje del conjunto par cónico y diferencial [18].*

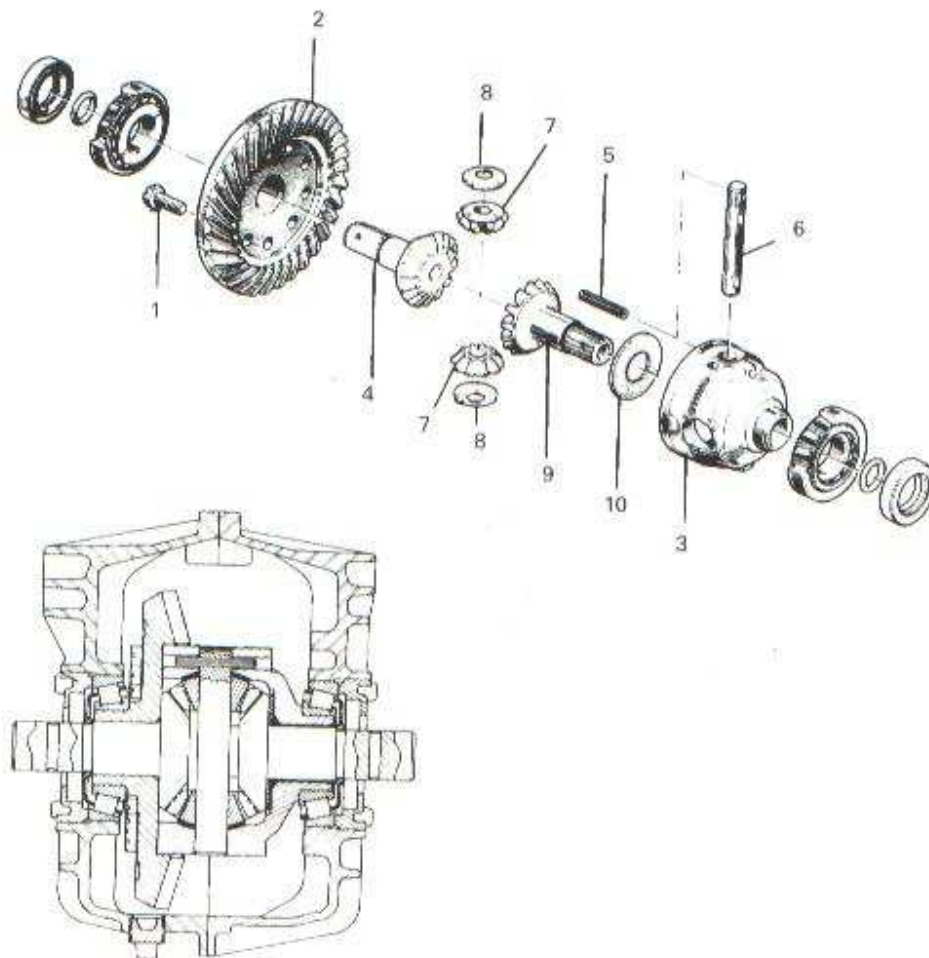
Debido a que está constatado que las ruedas de un automóvil, ante una trayectoria curva, realizan diferentes trazados, lo cual implica que la rueda interior hace un recorrido menor que la rueda exterior, lo cual provocaría (si estuvieran unidas directamente a la corona del par cónico) el arrastre o patinado de una de las ruedas.

Debido a esto, es necesario montar un mecanismo que permita el giro de las dos ruedas motrices a distintas velocidades, al mismo tiempo que transmite a las mismas el esfuerzo motriz. Esto se consigue con la implantación de un mecanismo diferencial, que en las curvas permite dar un mayor nº de vueltas a la rueda exterior y disminuye las de la interior, ajustando el giro de cada rueda al recorrido que efectúa.

El diferencial está constituido por la corona (2), que se une a la caja del diferencial por mediación de tornillos como el (1), y en su interior se aloja el mecanismo diferencial, formado por los satélites (7, en nº de dos generalmente) y los planetarios (4) y (9). Los satélites se montan sobre el eje (6) que va alojado en la carcasa (3), de manera que puedan girar libremente en él; pero son volteados por la caja (3) cuando gira la corona (2).

Engranados con los satélites se montan los planetarios, cuyos ejes de giro se alojan en la corona y caja del diferencial respectivamente, pudiendo girar libremente en ellos con interposición de casquillos de fricción. A los ejes de los planetarios se unen a su vez los palieres, que transmitirán el movimiento a las ruedas.

El conjunto queda ensamblado como muestra el detalle de la figura, apoyado en la carcasa del puente trasero por interposición de cojinetes de rodillos troncocónicos, situados en ambos lados de la corona y caja de diferencial respectivamente.



*Fig 2.4. Disposición del montaje del conjunto par cónico y diferencial [18].*

Las principales aplicaciones de estos engranajes están en el sector de la industria del automóvil y camiones, que normalmente representa tres cuartos de sus ventas totales cada año. Otras industrias en las que intervienen son la industria aeroespacial, construcción, agricultura y marítima.

### 3-DISEÑO:

Para diseñar un engranaje hay que tener en cuenta, además del tipo de trabajo al que se destina, toda una serie de parámetros cuyos conceptos están definidos en la norma UNE 18004-79. Estos parámetros se interrelacionan mediante unas fórmulas que posteriormente se van a presentar.

Los parámetros de diseño en los engranajes hipoides son los siguientes:

**Addendum del piñón (rueda),  $a_p$  ( $a_G$ ):** Es la altura de la proyección del diente sobre el cono primitivo.

**Backlash,  $B$ :** Es el valor de la reducción del espesor del diente para proporcionar la reacción de acoplamiento necesaria.

**Clearance,  $c$ :** Es lo que sobrepasa o excede el dedendum de una rueda al addendum de su conjugada.

**Distancia del cono media,  $A_m$ :** Es la distancia desde el vértice del cono primitivo al medio de la anchura de la cara.

**Distancia del cono exterior,  $A_0$ :** Es la distancia desde el vértice del cono primitivo al exterior de los extremos de los dientes.

**Cresta el punto de cruzamiento en el piñón (rueda),  $x_0$  ( $X_0$ ):** Es la distancia en una sección axial desde la cresta al punto de cruzamiento, medida en dirección axial.

**Radio de corte,  $r_c$ :** Es el radio nominal de la herramienta, la rueda de corte.

**Ángulo dedendum del piñón (rueda),  $\delta_p$  ( $\delta_g$ ):** Es el ángulo entre el cono básico o raíz y el cono primitivo.

**Suma de ángulos dedendum,  $\Sigma\delta$ :** Es la suma de los ángulos dedendum de piñón y rueda.

**Dedendum del piñón (rueda),  $b_p$  ( $b_g$ ):** Es la profundidad del espacio del diente por debajo del cono primitivo.

**Profundidad del diente,  $h_m$ .**

**Profundidad de trabajo,  $h$ :** Es la profundidad de engrane en dos ruedas conjugadas.

**Diametral Pitch,  $D_p$ :** Cociente entre el número de dientes por el diámetro primitivo expresado en pulgadas.

**Ángulo de cara del piñón (rueda),  $\gamma_0$  ( $\Gamma_0$ ):** Es el ángulo entre un elemento de la cara del cono y su eje.

**Vértice de cara en un piñón (rueda),  $G_0$  ( $Z_0$ ):** Es la distancia entre el vértice de cara y el punto de cruce de un conjunto hipóide.

**Ancho de la cara,  $F$ :** Es la longitud del diente medida a lo largo del cono primitivo.

**Factor addendum,  $C_1$ :** Es el factor de modificación del addendum.

**Cresta frontal del piñón (rueda),  $x_i$  ( $X_i$ ):** Es la distancia en una sección axial desde el frente de la cresta al punto de cruce, medida en la dirección axial.

**Offset hipoidal,  $E$ :** Es la distancia entre dos planos paralelos, uno conteniendo el eje de la rueda y otro conteniendo el eje del piñón en un grupo hipóide.

**Número de dientes del piñón (rueda),  $n$  ( $N$ ).**

**Ángulo de paso del piñón (rueda),  $\gamma$  ( $\Gamma$ ):** Es el ángulo entre un elemento del cono primitivo y su eje.



**Vértice de paso del piñón (rueda),  $G (Z)$ :** Es la distancia entre el vértice del cono primitivo y el punto de cruce en un grupo hipoide.

**Diámetro primitivo del piñón (rueda),  $d (D)$ :** Es el diámetro del cono primitivo.

**Paso circunferencial,  $P_m$ :** Es la longitud del arco del círculo primitivo comprendido entre dos perfiles homólogos consecutivos.

**Ángulo de presión,  $\Phi$ :** Es el ángulo entre la línea de presión, que es normal a la superficie dental, y el plano tangente a la circunferencia de paso.

**Relación,  $M_g$ :** Es la relación entre el número de dientes de la rueda y el número de dientes del piñón.

**Ángulo de raíz del piñón (rueda),  $\gamma_r (\Gamma_r)$ :** Es el ángulo entre el cono de raíz y su eje.

**Vértice de raíz del piñón (rueda),  $G_R (Z_R)$ :** Es la distancia entre el vértice de la raíz y el punto de cruce en un conjunto hipoide.

**Ángulo de ejes,  $\Sigma$ :** Es el ángulo entre los ejes del piñón y de la rueda.

**Ángulo espiral,  $\psi$ :** Es el ángulo entre la trayectoria del diente y un elemento del cono primitivo.

**Fuerza tangencial,  $W_t$ :** Fuerza aplicada al diente en una distancia tangencial al cono primitivo.

**Espesor del piñón (rueda),  $t (T)$ :** Longitud del arco de la circunferencia primitiva comprendida entre los dos perfiles de un diente.

**Espesor cordal del diente del piñón (rueda),  $t_{nc} (T_{nc})$ .**

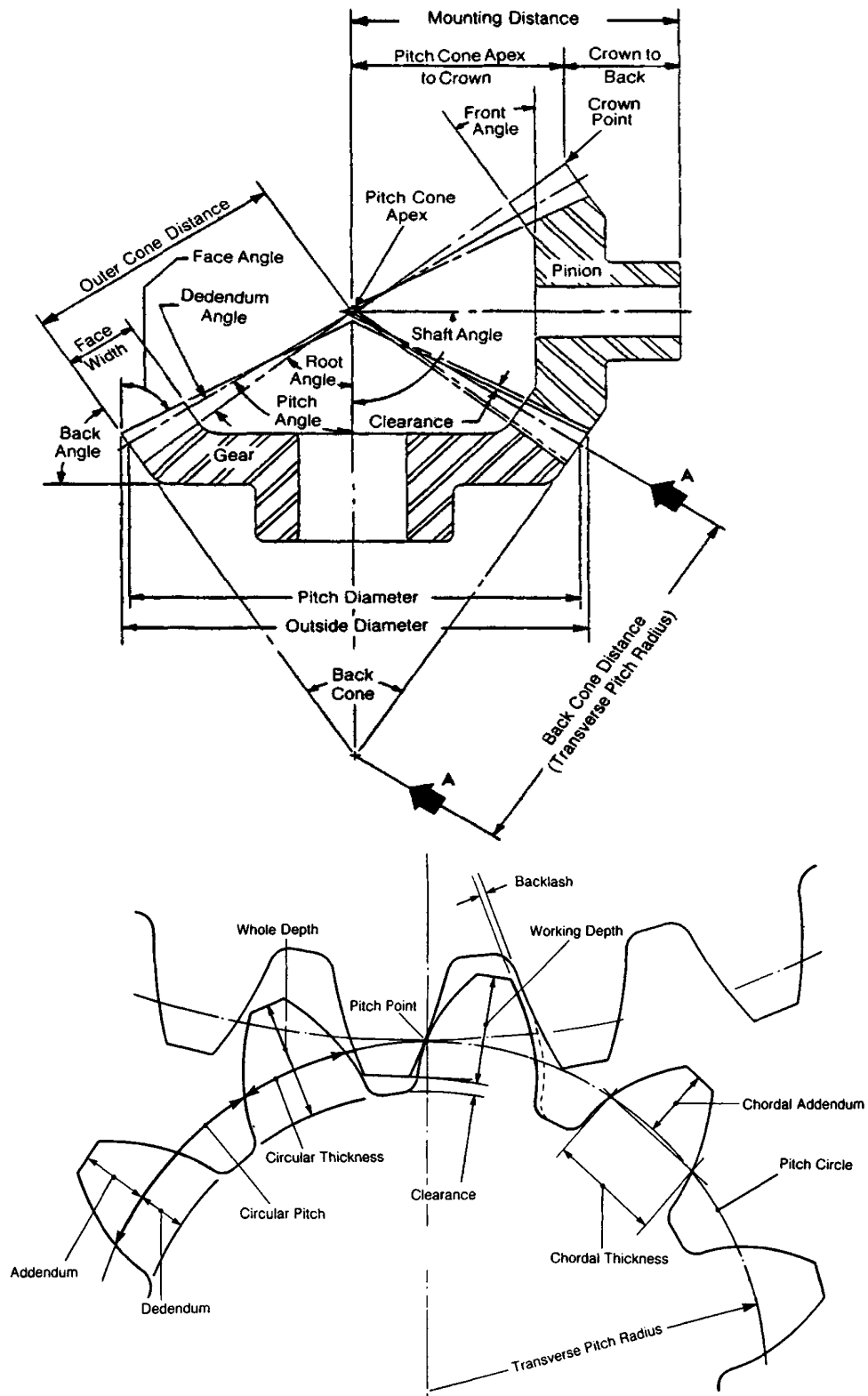


Fig. 3.1. Nomenclatura del engranaje hipoide [4].

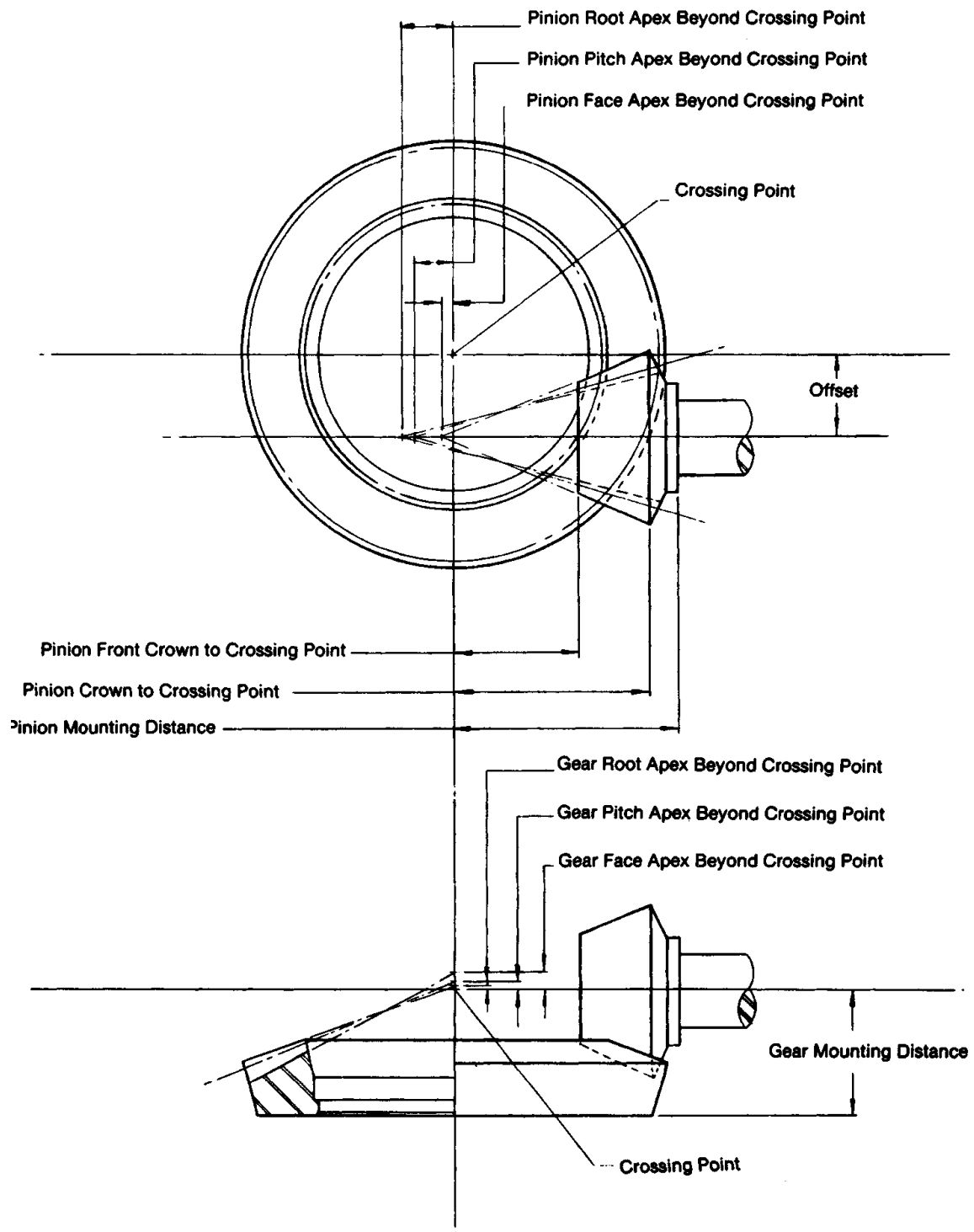


Fig. 3.2. Nomenclatura del engranaje hipoide [4].

La carga, la velocidad y las condiciones de trabajo deben ser definidos como el primer paso en el diseño de un conjunto hipoide.

Una carga básica y un factor de protección adecuado que permita soportar sobrecargas y proporcione una buena vida útil, se determina mediante:

1. La potencia del motor primario, su potencial de sobrecarga, y la uniformidad de la de su par de salida.
2. La carga de salida normal, los picos de carga y su duración, y la posibilidad de pérdida o carga severa a intervalos irregulares.
3. Cargas de inercia derivada de la aceleración o desaceleración.

La velocidad a la que un juego de engranajes funciona debe ser conocida para determinar las cargas de inercia, el factor de velocidad, el tipo de equipo necesario, los requisitos de precisión, el diseño de montaje, y el tipo de lubricación.

A continuación se mencionan algunos aspectos que influyen decisivamente en el diseño de estos engranajes:

1. Limitaciones de nivel de ruido.
2. Alta temperatura ambiente.
3. Presencia de elementos corrosivos.
4. Polvo de la atmósfera.
5. Golpes extremos y repetitivos de carga o marcha atrás.
6. Trabajo bajo alineación variable.
7. Engranajes expuestos a la intemperie.
8. Otras condiciones que pueden afectar el funcionamiento del conjunto.

### **3.1 SELECCIÓN DEL TIPO DE ENGRANAJE:**

Dependiendo de las características de uso, a veces es difícil reconocer cuando usar engranajes cónicos rectos, engranajes cónicos de espiral, engranajes cónicos Zerol, o engranajes hipoides. Con respecto a estos últimos, que es lo que nos atañe, los engranajes hipoides se recomiendan para velocidades periféricas de más de 1000 ft/min y para aplicaciones que requieren ser silenciosas. También son propios de usar para aplicaciones que requieren una aplicación de cargas elevadas, puesto que son más fuertes que los nombrados anteriormente, sin embargo, su eficiencia es menor que la de los engranajes cónicos de espiral.

### **3.2 TAMAÑO ESTIMADO DEL ENGRANAJE:**

El tamaño de los engranajes hipoides, se muestra a continuación de manera generalizada y en un par de tablas, en las que teniendo en cuenta el par y la relación de transmisión, puede obtenerse el diámetro primitivo en pulgadas.

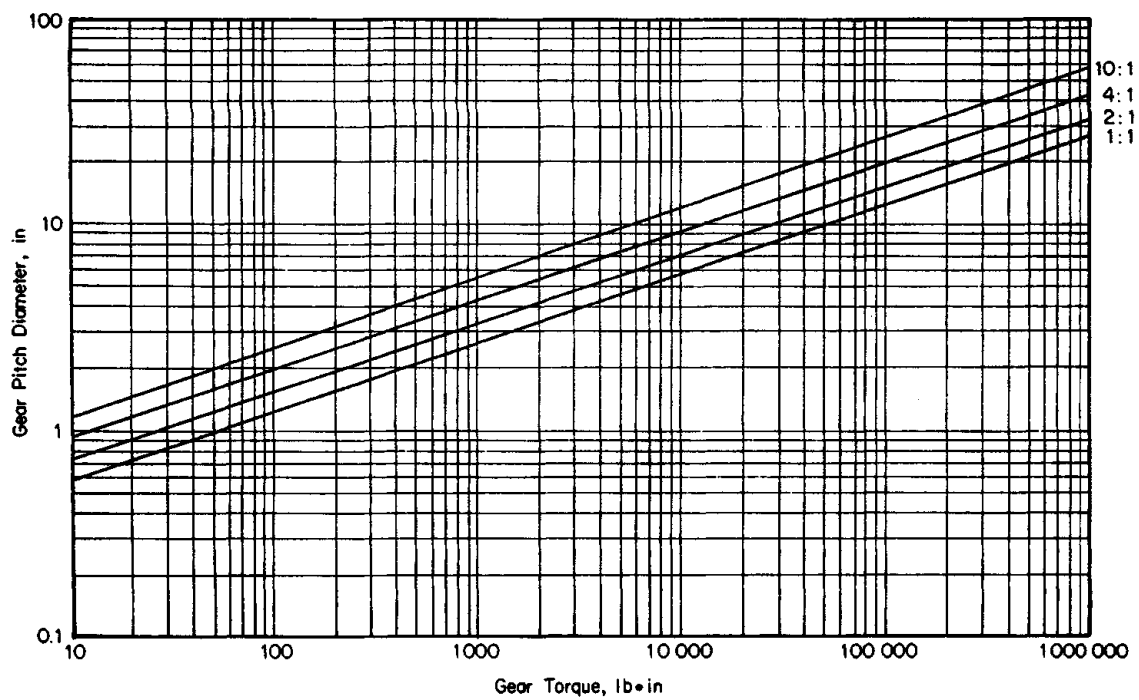


Fig.3.3. Tabla del diámetro primitivo basada en la durabilidad superficial [4].

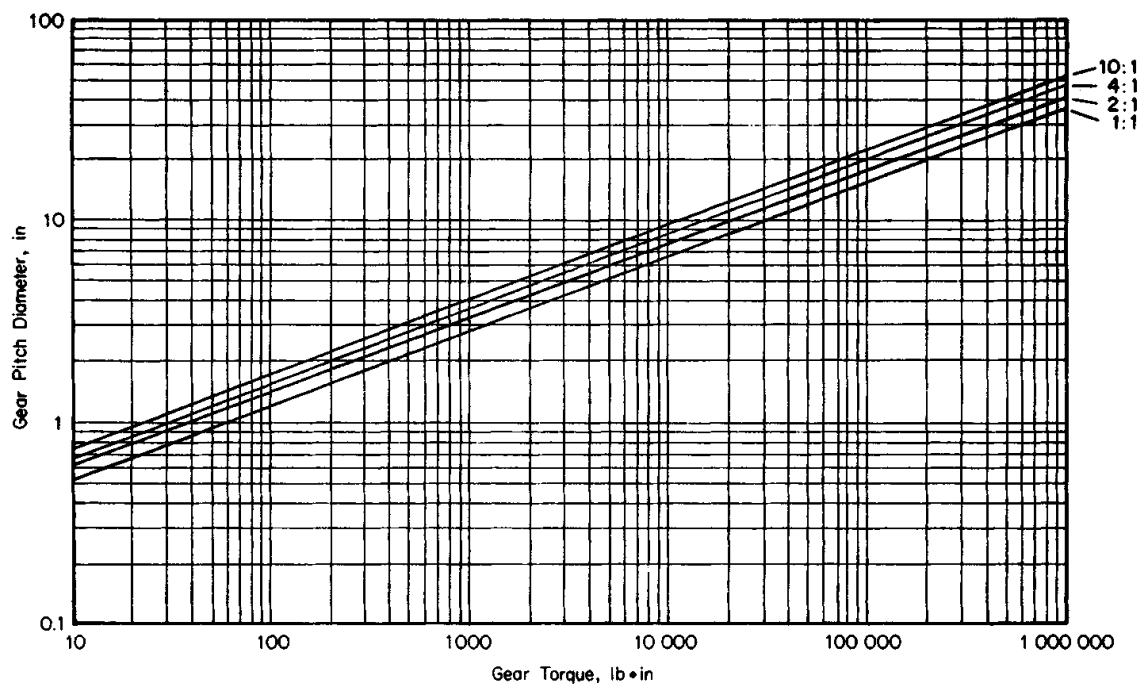


Fig. 3.4. Tabla del diámetro primitivo basada en la resistencia a la flexión [4].

El criterio de obtención del diámetro a partir de estas tablas, esta basado en la durabilidad superficial y la resistencia a la flexión y se suponen para acero cementado.

Estos diámetros primitivos son aproximados y generalizados, puesto que dependiendo del caso y del tipo de engranajes se deberán tener en cuenta algún otro factor en su cálculo. A continuación se presentan algunos:

1. Para otros materiales, multiplicar el diámetro del paso de marcha por el factor de material de la siguiente tabla.

Material Factors  $C_M$

Gear		Pinion		Material factor $C_M$
Material	Hardness	Material	Hardness	
Case-hardened steel	58 $R_C$ †	Case-hardened steel	60 $R_C$ †	0.85‡
Case-hardened steel	55 $R_C$ †	Case-hardened steel	55 $R_C$ †	1.00
Flame-hardened steel	50 $R_C$ †	Case-hardened steel	55 $R_C$ †	1.05
Flame-hardened steel	50 $R_C$ †	Flame-hardened steel	50 $R_C$ †	1.05
Oil-hardened steel	375–425 $H_B$	Oil-hardened steel	375–425 $H_B$	1.20
Heat-treated steel	250–300 $H_B$	Case-hardened steel	55 $R_C$ †	1.45
Heat-treated steel	210–245 $H_B$	Heat-treated steel	245–280 $H_B$	1.65
Cast iron		Case-hardened steel	55 $R_C$ †	1.95
Cast iron		Flame-hardened steel	50 $R_C$ †	2.00
Cast iron		Annealed steel	160–200 $H_B$	2.10
Cast iron		Cast iron		3.10

†Minimum values.

‡Gears must be file-hard.

Fig. 3.5. Tabla de factores de material [4].

2. Para engranajes industriales en general, el tamaño del equipo preliminar se basa en la durabilidad de la superficie.
3. Para engranajes cónicos rectos, multiplicar el diámetro primitivo de equipo por 1,2; para engranajes cónicos Zerol, multiplicar el diámetro del paso de marcha por 1,3.
4. Para los engranajes de alta capacidad cónicos espirales e hipoides, el tamaño del equipo preliminar estará basado en la capacidad, tanto superficiales como resistencia a la flexión. Se escogerá el más grande de los dos diámetros obtenidos de ambas tablas.
5. Para engranajes de alta capacidad cónicos de espiral e hipoides, el valor del diámetro de la tabla basada en la durabilidad superficial, se deberá multiplicar por 0,80.
6. Para engranajes hipoides, se deberá multiplicar el diámetro primitivo de la rueda por  $D/(D + E)$ .
7. El diámetro estimado del piñón se calculará como:  $d = D_n / N$

### 3.3 NÚMERO DE DIENTES:

El número de dientes en los engranajes hipoides, se puede calcular de modo arbitrario, dentro de unos ciertos límites. Sin embargo, a continuación se van a mostrar unas tablas en las que pueden observarse un número de dientes recomendado, en función del diámetro primitivo y de la relación de transmisión.

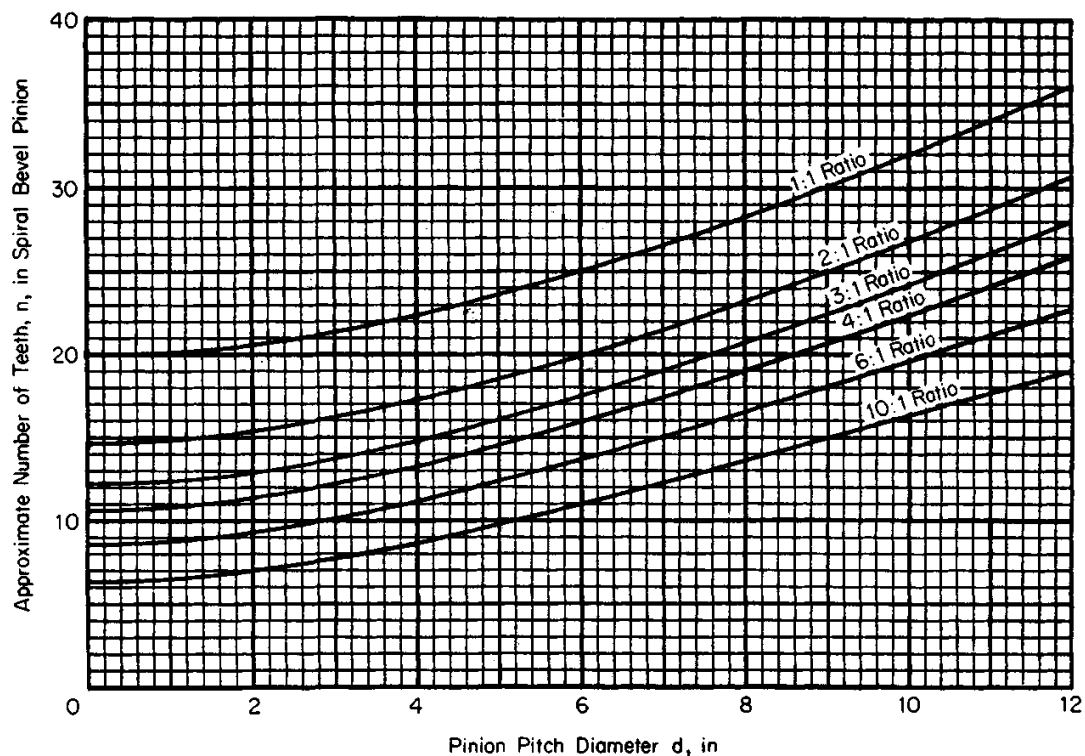


Fig 3.6. Tabla de nº dientes [4].

Para los engranajes hipoides usados en el sector de la automoción, se suelen utilizar un menor número de dientes. La siguiente tabla muestra el número de dientes recomendados en estos engranajes.

Recommended Tooth Numbers  
for Automotive Applications

Approximate ratio	Preferred no. pinion teeth	Allowable range
1.50/1.75	14	12 to 16
1.75/2.00	13	11 to 15
2.0/2.5	11	10 to 13
2.5/3.0	10	9 to 11
3.0/3.5	10	9 to 11
3.5/4.0	10	9 to 11
4.0/4.5	9	8 to 10
4.5/5.0	8	7 to 9
5.0/6.0	7	6 to 8
6.0/7.5	6	5 to 7
7.5/10.0	5	5 to 6

Fig 3.7. Tabla de nº dientes [4].

### 3.4 ANCHURA DE LA CARA:

Como en las anteriores características de diseño, la anchura de la cara para engranajes hipoides, también está tabulada, y de esta forma la podemos obtener de una manera aproximada, en función del diámetro primitivo y de la relación de transmisión.

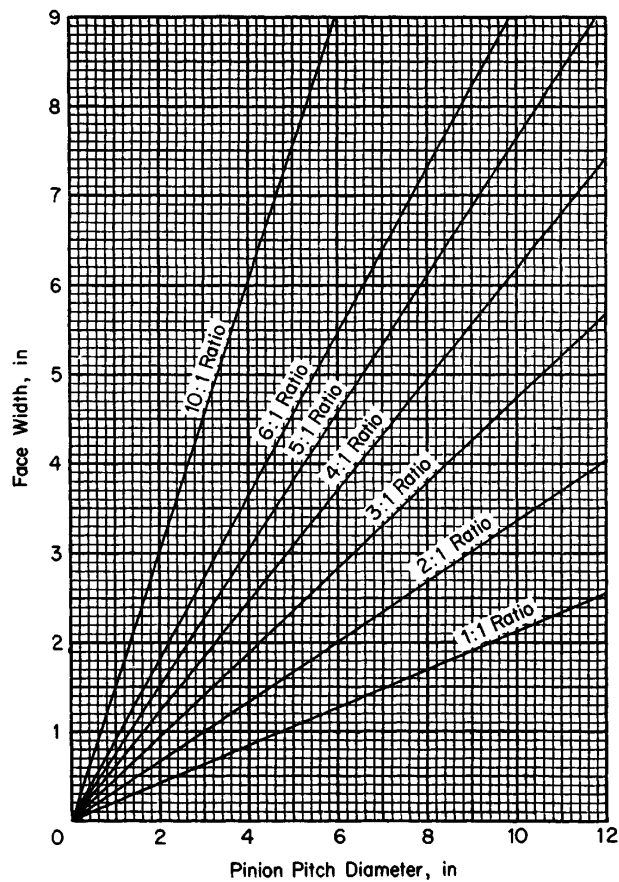


Fig 3.8. Tabla de anchura de la cara [4].

### 3.5 PASO DIAMETRAL:

El paso diametral se calcula dividiendo el número de dientes de la rueda entre su diámetro primitivo. Debido a que las herramientas de corte no están estandarizadas de acuerdo al paso, no es necesario que el paso diametral sea un número entero.

### 3.6 DESPLAZAMIENTO DE EJES:

En la siguiente figura, se muestran las diferentes configuraciones de desplazamiento de ejes entre rueda y piñón.



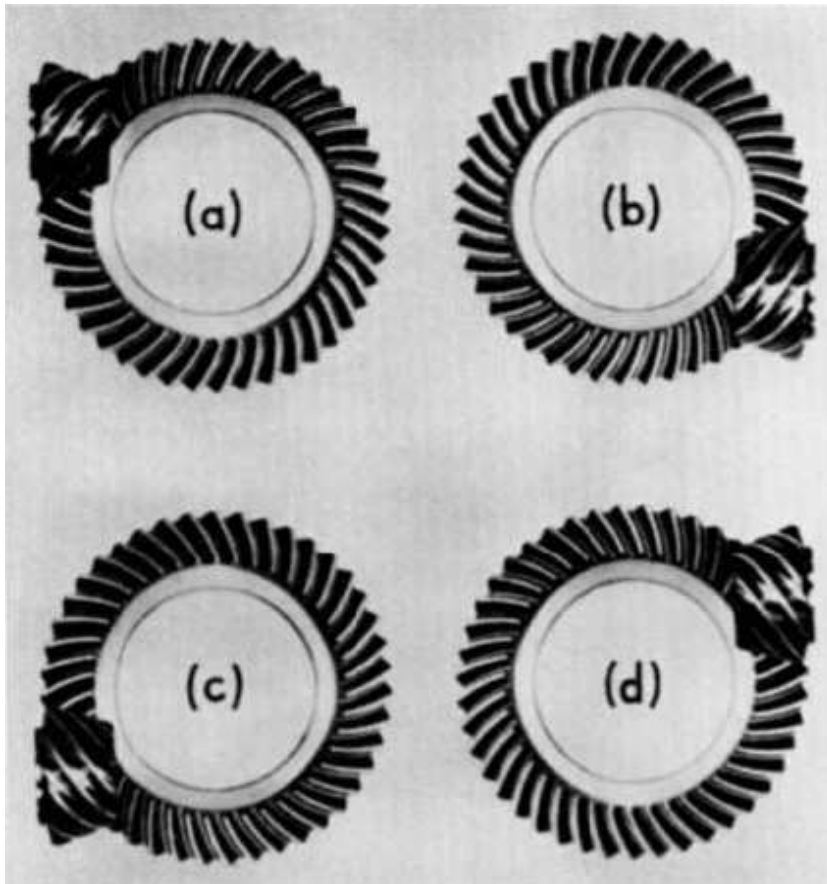


Fig 3.9. Disposiciones del desplazamiento de ejes [4].

Por lo general, el desplazamiento de los ejes no debería exceder del 25% del diámetro primitivo de la rueda. En los casos de engranajes que soportan elevadas cargas, el desplazamiento de los ejes se limita al 12,5 % del diámetro primitivo de la rueda.

Debido a este desplazamiento, los piñones hipoides poseen un diámetro mayor que el correspondiente al piñón cónico de espiral., pudiendo ser hasta un 30% mayores.

### 3.7 ÁNGULO ESPIRAL:

En relación a los engranajes hipoides, para calcular el ángulo de espiral usaremos la siguiente fórmula:

$$\psi_p = 25 + 5 \sqrt{\frac{N}{n}} + 90 \frac{E}{D}$$

### 3.8 ÁNGULO DE PRESIÓN:

En los engranajes hipoides el ángulo de presión suele ser de  $18^\circ$  o  $20^\circ$  para aplicaciones de automoción, y de  $22,5$  o  $25^\circ$  para aplicaciones más pesadas.

### 3.9 DIÁMETRO DE FRESA:

En la fabricación tradicional de estos engranajes mediante talladora Gleason, el diámetro de la fresa debe ser aproximadamente igual al diámetro de la rueda generada. Para incrementar la ajustabilidad del conjunto del conjunto de las ruedas y obtener mayor fuerza, se debería usar una fresa más pequeña.

Una vez conocidos todos los parámetros de diseño, el principal problema que nos encontramos al fabricar estos engranajes mediante fresado por bailarina es encontrar la trayectoria adecuada que debe seguir la herramienta para mecanizar el dentado de manera correcta.

### 3.10 ECUACIÓN DE LA TRAYECTORIA DEL DIENTE:

En los engranajes hipoides el dentado sigue una trayectoria de epicicloide, por lo tanto será necesario estudiar y parametrizar la ecuación de la epicicloide para obtener unos valores determinados de las coordenadas  $x$  e  $y$ .

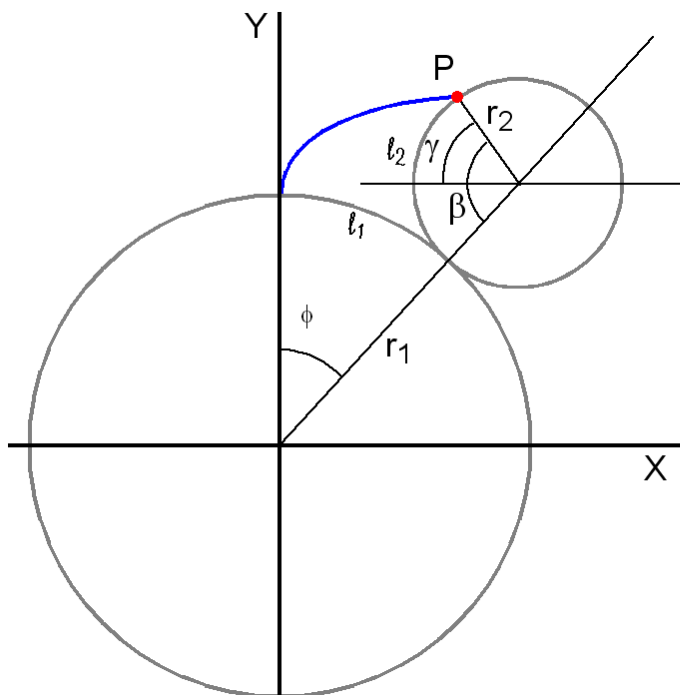


Fig. 3.10. Generación de una epicicloide [20].

$$x = (r_1 + r_2) \cos \phi - r_2 \cos \left( \frac{r_1 + r_2}{r_2} \phi \right)$$

$$y = (r1 + r2) \operatorname{sen} \phi - r2 \operatorname{sen} \left( \frac{r1 + r2}{r2} \phi \right)$$

$$x^2 = (r1 + r2)^2 \cos^2 \phi + r2^2 \cos^2 \left( \frac{r1 + r2}{r2} \phi \right) - 2(r1 + r2) \cos \phi \cdot r2 \cos \left( \frac{r1 + r2}{r2} \phi \right)$$

$$y^2 = (r1 + r2)^2 \operatorname{sen}^2 \phi + r2^2 \operatorname{sen}^2 \left( \frac{r1 + r2}{r2} \phi \right) - 2(r1 + r2) \operatorname{sen} \phi \cdot r2 \operatorname{sen} \left( \frac{r1 + r2}{r2} \phi \right)$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

Aplicando lo siguiente:

$$\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{cos} \beta + \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta = \operatorname{Cos} (\alpha - \beta)$$

Nos queda la ecuación:

$$r^2 = (r1 + r2)^2 + r2^2 - 2r2(r1 + r2) \cos \left( \frac{r1}{r2} \phi \right)$$

De esta forma, conocidos los valores de los radios  $r1$  y  $r2$  (radio de la rueda y radio de la herramienta, respectivamente), daremos valores a  $\phi$  y obtendremos las diferentes coordenadas  $(x, y)$  de los puntos de la trayectoria epicicloidial del diente. Estos cálculos se pueden ver en la hoja Excel presentada en los anexos. Posteriormente estos datos los hemos insertado en Solid Edge para que el programa nos genere la trayectoria del dentado y poder dibujar una rueda helicoidal con el resto de parámetros de diseño calculados anteriormente (diámetro primitivo, paso circunferencial, número de dientes...)

### 3.11 ECUACIÓN DE LA EVOLVENTE:

Además de las anteriores características de diseño, a la hora de fabricar estos engranajes también hay que tener en cuenta que la generación de sus dientes se realiza mediante el perfil de evolvente, por ello nos interesa calcular la ecuación paramétrica de esta curva, que para ello se va a suponer que parte de la intersección de eje  $OX$  con la circunferencia base (punto  $P$ ).

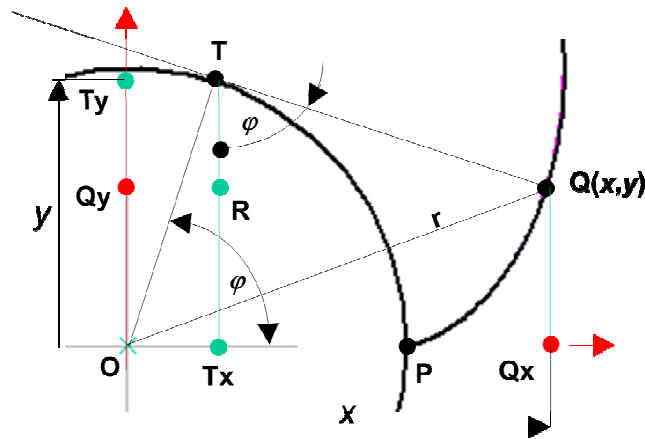


Fig. 3.11. Deducción de la ecuación de la evolvente [21]

Las coordenadas  $(x, y)$  del punto  $Q$  de la evolvente son:

$$\begin{aligned} x &= \overline{OQx} = \overline{OTx} + \overline{TQx} = \overline{OT} \cdot \cos \varphi + \overline{TQ} \cdot \sin \varphi \\ y &= \overline{OQy} = \overline{OTy} - \overline{TQy} = \overline{OT} \cdot \sin \varphi - \overline{TQ} \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

El segmento  $OT$  es el radio de la circunferencia base y el segmento  $TQ$ , según la definición de la evolvente, debe tener la misma longitud que el arco  $TP$ , por lo tanto, la ecuación paramétrica queda así

$$\begin{aligned} x &= r_b \cdot \cos \varphi + \varphi \cdot r_b \cdot \sin \varphi \\ y &= r_b \cdot \sin \varphi - \varphi \cdot r_b \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

En forma vectorial la ecuación es:

$$\mathbf{r}_p = r_b (\cos \varphi + \varphi \sin \varphi) \mathbf{i} + r_b (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) \mathbf{j}$$

Proporcionando un rango de valores al parámetro  $\varphi$  (en radianes) podemos obtener los correspondientes  $\mathbf{r}(x, y)$

Es interesante la relación:

$$\begin{aligned} x^2 &= r_b^2 (\cos^2 \varphi + \varphi^2 \sin^2 \varphi + 2\varphi \cos \varphi \sin \varphi) \\ y^2 &= r_b^2 (\sin^2 \varphi + \varphi^2 \cos^2 \varphi - 2\varphi \sin \varphi \cos \varphi) \\ x^2 + y^2 &= r_p^2 = r_b^2 (1 + \varphi^2) \end{aligned}$$

Ecuación que permite obtener el ángulo de parámetro para un radio polar de la evolvente:

$$\varphi = \sqrt{\left(\frac{r_p}{r_b}\right)^2 - 1}$$

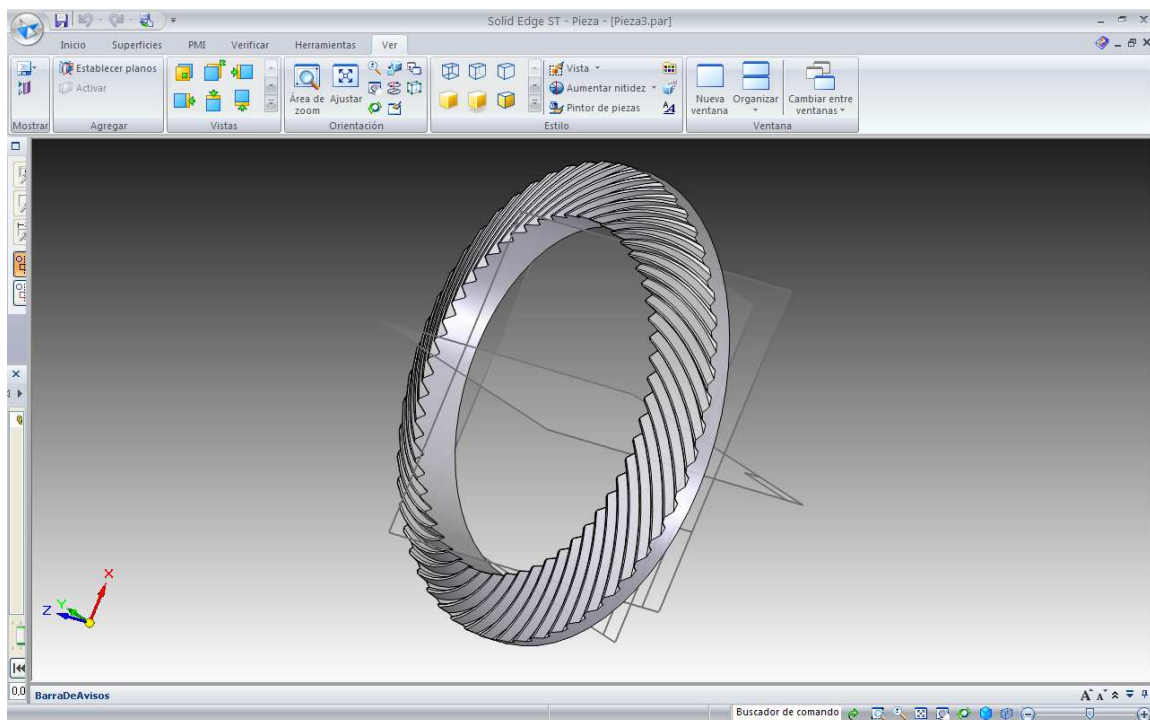


Fig. 3.12. Diseño de engranaje hipoide en Solid Edge.

#### 4-MATERIALES Y TRATAMIENTO:

El material y el tratamiento dependerá de la aplicación del engranaje. Normalmente cuando se desea una resistencia superficial media y una media capacidad de carga, se utilizarán aceros de temple. Estos son algunos de los aceros más usados para estas características: AISI 1045, 1144, 4640, 4150 y 4340. Cuando se requiere más dureza, se incrementa el contenido de carbono o se selecciona un acero diferente.

Cuando las exigencias de resistencia al desgaste y de capacidad de carga son mayores, se usan aceros para cementar, con un contenido en carbono de 0,10 a 0,25 por ciento. Los aceros más usados de estas características son: AISI 4620, 8620, 9310, y 4820.

Los aceros de nitruración se utilizan en aplicaciones que requieren alta resistencia al desgaste con una distorsión mínima en el tratamiento térmico. Los aceros utilizados son AISI 4140, 4150 y 4340.

El hierro fundido se utiliza en engranajes que deben tener una buena resistencia al desgaste, además de una excelente maquinabilidad, por ejemplo, para determinadas formas complicadas.

## 5-MÉTODOS DE FABRICACIÓN:

La mayoría de los engranajes se pueden fabricar por fundición, forjado, extrusión, estirado, laminado, metalurgia de polvos y troquelado de láminas. Con lo que respecta a los engranajes cónicos hipoides, la forma utilizada es mediante un tipo de talladora especial, patentada por Gleason.

Las talladoras Gleason mecanizan los engranajes hipoides basándose en el método de generación, por el cual una rueda generadora imaginaria talla o mecaniza los dientes de la pieza o rueda. El movimiento de la herramienta de corte describe continuamente la trayectoria del dentado de la rueda generadora, la cual posee el mismo eje de rotación que la rueda imaginaria generadora. Esta trayectoria se ha preseleccionado ya con anterioridad para que la siga fácilmente la herramienta.

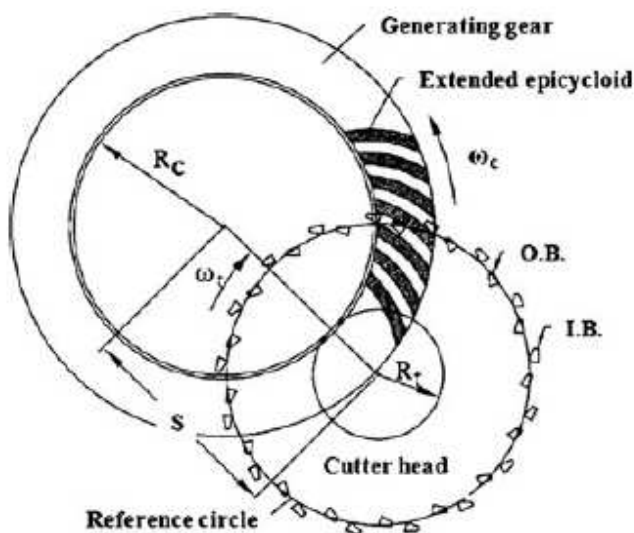


Fig. 5.1 Generación de las epicicloides [15].

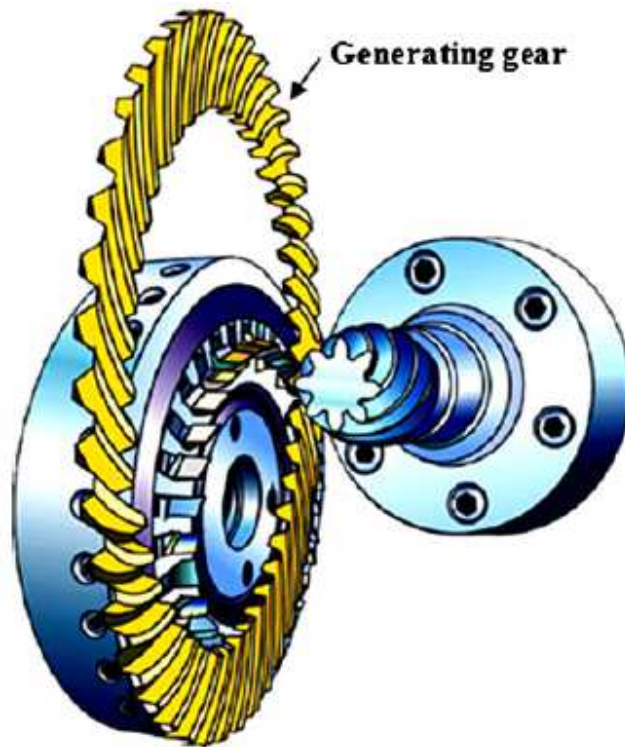


Fig. 5.2 Generación por Gleason [15].

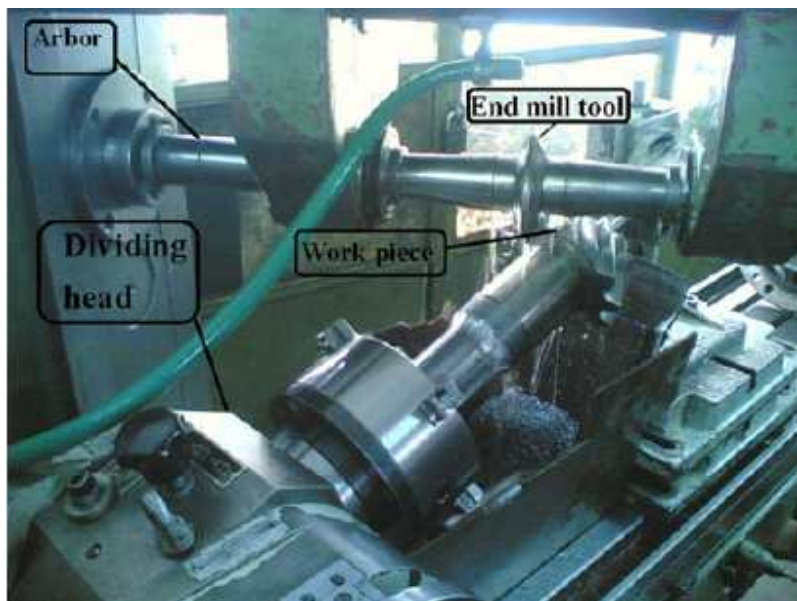


Fig. 5.3. Talladora Gleason [22].

Para llevar a cabo el método de generación, se tienen en cuenta los dos siguientes conceptos:

- Cada una de las ruedas conjugadas en un conjunto hipoide de rueda-piñón es la rueda generadora del otro miembro del grupo hipoide en su fabricación.
- Cada una de las ruedas conjugadas en un conjunto hipoide de rueda-piñón es la corona o herramienta de corte del otro miembro del grupo hipoide.

El método de fabricación es el más rápido y el más adecuado para series estandarizadas largas. Sin embargo, en series cortas, en las que se precisa de fabricar un engranaje hipoide más concreto, es factible realizarlo mediante otros métodos, por ejemplo con una fresadora universal CNC de tres ejes. Se han fabricado pequeñas series parametrizando en un software adecuado y usando este tipo de fresadoras.



*Fig 5.4. Mecanizado de un hipoide en fresadora universal [15].*

La idea principal de este proyecto es muy parecida, construir un engranaje hipoide mediante otro método de mecanizado. A través de la parametrización y de las ecuaciones obtenidas en el apartado anterior de diseño, se implementan en un programa de cálculo, en este caso se ha realizado una hoja de cálculo en Excel, pero también podría haber usado Matlab u otro, y a partir de ello creamos el programa de CNC.



Para la fabricación se ha utilizado una fresadora FANUC Robodrill de cinco ejes con un divisor de dos ejes y 24000 rpm (sólo se ha usado el cuarto eje).

En cuanto a la elección de la herramienta, es importante conocer la distancia entre dientes, puesto que debe ser mayor que el diámetro de la fresa. En caso de fabricar engranajes muy pequeños con una distancia interdental difícil de conseguir mediante este método, deberíamos hacer uso de la fabricación por electroerosión.

Posteriormente a la fabricación habría que verificar si el engranaje cumple con los requisitos de calidad estipulados o no comparando las medidas de éste una vez construido, con respecto a las medidas teóricas en una máquina de medir por coordenadas (MMC), y así determinar si necesita de alguna operación de rectificado y si el método de fabricación es válido o no.

## **6-CONCLUSIONES:**

En este trabajo presentamos otro método de fabricación de engranajes hipoides alternativo al método de generación tradicional mediante talladora Gleason. Obteniendo los parámetros de diseño de estos engranajes, así como las diferentes ecuaciones matemáticas necesarias para su cálculo e implementándolas, se desarrolla el programa CNC para el fresado por bailarina. El equipo necesario para realizar estas operaciones es relativamente sencillo y ofrece algunas ventajas con respecto al método constructivo de Gleason. Las más importantes ventajas son:

- Gran versatilidad de herramienta. Con una misma herramienta se pueden fabricar gran variedad de hipoides, sin embargo, en la talladora Gleason es necesario modificar el equipamiento para cada modelo diferente de engranaje hipoide, conllevando con ello una gran inversión.
- Equipo más sencillo y económico.
- Producción rápida, muy conveniente para series cortas.
- Equipo muy adecuado para realizar tareas de mantenimiento en cualquier planta en concreto, la cual no pueda disponer de una talladora tan especializada y compleja como la Gleason, pero sí de una maquinaria más accesible y sencilla.

## 7-BIBLIOGRAFÍA:

1. *Faydor L. Litvin, Alfonso Fuentes*. Gear geometry and applied theory.
2. *Richard G. Budynas, J. Keith Nisbett*. Shigley's Mechanical Engineering design.
3. *Kalpajian, Schmid*. Manufactura, ingeniería y tecnología.
4. *Theodore J. Krenzer, Robert G. Hotchkiss*. Bevel and hypoid gears.
5. *Ulf Hutschenreiter*. A new method for bevel gear Toth flank computation.
6. *Mohsen Kolivand*. Development of tooth contact and mechanical efficiency models for hypoid and spiral bevel gears.
7. *M. Vimercati*. Computerized Design of Face Hobbed Hypoid Gears.
8. *John J. Coy*. Gearing.
9. *Vilmos Simon*. Optimal modifications of gear Toth surfaces.
10. *Vilmos Simon*. Head-cutter for optimal tooth modifications in spiral bevel gears.
11. *Linan Li, Zhaojun Yang, Yankun Wang and Xuecheng Zhang*. Cutting Geometry and Base-Cone Parameters of Manufacturing Hypoid Gears by Generating-Line Method.
12. *Chung-yunn lin, Chung-Biau Tsay, Zhang-Hua Fong*. Mathematical model of spiral bevel and hypoid gears.
13. *M. Vimercati*. Mathematical model for tooth surfaces representation of face-hobbed hypoid gears and its application to contact analysis and stress calculation.
14. *D. Park, A. Kahraman*. A surface wear model for hypoid gear pairs.
15. *S. Mohsen Safavi, S. Saeed Mirian, Reza Abedinzadeh, Mehdi Karimian*. Use of PLC module to control a rotary table to cut spiral bevel gear with three-axis CNC milling.
16. *Xiaoqing Li, Yunfei Zhou, Yanzhong Wang, Zuozhang Li*. Research on an algorithm for an NC machining hypoid pinion.
17. *Ning Ma & Wenji Xu & Xuyue Wang & Zefei Wei*. Mathematical modeling for finishing tooth surfaces of spiral bevel gears using pulse electrochemical dissolution.
18. [www.todomecanica.com](http://www.todomecanica.com)
19. [www.wikipedia.com](http://www.wikipedia.com)
20. <http://mathworld.wolfram.com/Epicycloid.html>
21. *José Luís Huertas Talón, Juan Carlos Cisneros Ortega, Carmelo López Gómez, Elena Ros Sancho, Elena Faci*. Olmos. Manufacture of a spur tooth gear in Ti\_6Al\_4V alloy by electrical discharge. Computer-Aided Design. 2009.
22. [www.youtube.com](http://www.youtube.com)

